

Mesures et unités [Ch. 2]

Densité (masse volumique)

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ [Kg m}^{-3}\text{]}$$

Newton

$$1 \text{ N} = 1 \text{ m Kg s}^{-2}$$

Gravité

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

Cinématique [Ch. 5]

Mouvement rectiligne

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v dt$$

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt$$

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = \int_{r_0}^r a dr = a(r - r_0)$$

M.U.A (projectile)

$$r = r_0 + \int_{t_0}^t v dt = r_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt = v_0 + a(t - t_0)$$

$$a = \text{cte}$$

Accélération tangentielle et normale

$$a_T = \frac{dv}{dt} \quad a_N = \frac{v^2}{R}$$

Mouvement relatif [Ch. 6]

$$V_A = \frac{dr_A}{dt} \quad V_B = \frac{dr_B}{dt}$$

$$V_{BA} = -V_{AB} = \frac{dr_{AB}}{dt} = V_B - V_A$$

Mouvement circulaire

$$v = R\omega \quad (\omega = \text{vitesse angulaire})$$

$$a = R\omega^2 = R\alpha \quad (\alpha = \text{acc. angulaire})$$

$$a_T = R \frac{d\omega}{dt} = R\dot{\omega} = R\ddot{\theta} \quad a_N = \frac{\omega^2}{R}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t) dt$$

Plus général

$$v = \omega \times r \quad a = \omega \times v = \omega \times \omega \times r$$

Mouvement circulaire uniforme

$$\vec{\omega} = \text{cte}, \quad a_T = 0$$

Pulsation

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

Période et Fréquence

$$P = \frac{2\pi}{\omega} \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{P}$$

$$a_{BA} = a_B - a_A$$

Dynamique [Ch. 7+9+10]

Quantité de mouvement

$$P = mv = \text{cte}$$

$$P = \sum_i P_i = P_1 + P_2 + \dots$$

Choc élastique

$$P_{\text{avant}} = P_{\text{après}}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m'_1 v'_1 + m'_2 v'_2$$

Loi de Newton

$$F = \frac{dP}{dt} = \dots = ma$$

ou

$$F = mR\omega^2 \text{ avec } \omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ ou } \omega = \frac{2\pi}{\text{période } T}$$

Ressort

$$F = kr \quad (F = k\Delta l)$$

Frottement

$$F_f = c_f \cdot R, \quad c_f = \text{coeff. de frottement}$$

Coeff. stationnaire de frott.: force min. pour mettre l'objet en mvt.

Coeff cinématique de frott.: force nécessaire pour maintenir le corps en mvt.

Moment cinétique (p.r. à O)

$$\vec{L}_O = r \times p = mr \times v$$

$$L = m\omega r^2 \sin \varphi \quad [Kg m^2 s^{-1}]$$

Travail et énergie [Ch. 8]

$$dW = F dr$$

$$dW = \tau d\theta$$

$$W_{AB} = -W_{BA} = \int_A^B F dr = F(r_B - r_A) \quad [J]$$

Puissance instantanée

$$P = \frac{dW}{dt} \quad [Js^{-1} = W]$$

Moment de F (p.r. à O)

$$\vec{\tau} = r \times F = \frac{dL}{dt}$$

$$\tau = F r \sin \theta$$

Moment d'inertie

$$I_G = \sum_i m_i K_i^2 \quad \text{où } K \text{ est le rayon de giration.}$$

- cylindre + disque: $K^2 = \frac{R^2}{2}$
- tube + anneau: $K^2 = R^2$
- sphère: $K^2 = \frac{2}{5}R^2$

Théorème de Steiner

$$I_P = I_G + md^2 \quad (d = \text{distance entre } G \text{ et } P)$$

$$I\omega = L \quad I \frac{d\omega}{dt} = \tau \quad \text{ou} \quad I \frac{\omega}{t} = \tau \Rightarrow \Delta t = \frac{\omega_{\text{final}} I}{\tau}$$

Équilibre

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

Équilibre

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} \quad \text{et} \quad \sum \vec{\tau}_i = I\ddot{\theta}, \quad a_T = R\ddot{\theta}$$

$$dE_{\text{cin}} = dW \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = \frac{dE_{\text{cin}}}{dt}$$

$$P_{\text{moy}} = \frac{E_{\text{cin}}}{T} \quad \left(= \frac{\Delta W}{\Delta T} \right)$$

Énergie cinétique

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$W_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{\text{cin B}} - E_{\text{cin A}} = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$E_{cin} = E_{cin} + E_{cin\ rot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Énergie potentielle

$$E_{pot}(\vec{r}) = E_{pot}(A) - \int_A^{\vec{r}} \vec{F} d\vec{r}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot} \quad F = -\frac{dE_p}{dx}$$

$$W_{AB} = E_{pot\ A} - E_{pot\ B} = -\Delta E_{cin}$$

Le travail accompli par des forces dérivant d'un potentiel est indépendant du trajet.

$$V_{max} \Leftrightarrow E_{pot\ min} \Rightarrow \frac{dE_{pot}(r)}{dr} = 0$$

Gravitation [Ch. 13]

Force de gravitation

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad \gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$$

Remarque: dans le cas d'un mvt circ. unif. on a

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2} = ma = m \frac{v^2}{R}$$

Potentiel

$$V(r) = -\frac{\gamma m}{r}$$

$$E_{pot} = -\gamma \frac{mm'}{R}$$

Mvt vibratoire (pendule) [Ch. 12]

Pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad [rad\ s^{-1}]$$

Attention: mvt circulaire mais PAS uniforme!

Amplitude maximale

$$\theta_0 = \frac{V_0}{\omega l} [rad]$$

Période

$$P = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$V = 0 \Leftrightarrow E = 0$$

$$\text{Mvt circ. uniforme} \Leftrightarrow E_{pot} = 0$$

- E_{pot} de gravitation: $E_{pot} = mgh$;
 - E_{pot} d'une force constante: $E_{pot} = -F r$;
 - E_{pot} d'une force $F = kr$ (ressort): $E_p = -\frac{1}{2}kr^2$
- $$F = -\frac{\partial E_p}{\partial r} = kr \Leftrightarrow dE_p = -kr dr \Leftrightarrow E_p = -\frac{1}{2}kr^2$$

Conservation de l'énergie

$$E = E_{cin} + E_{pot} = cte$$

Champ

$$\vec{G}(r) = -\frac{\gamma m}{r^2} \vec{u}_r = -\frac{\gamma m}{r^2} \left(\frac{\vec{u}_r}{r} \right) = -\nabla V(\vec{r})$$

Le champ gravitationnel est tj dirigé vers la masse qui le produit.

Temps de révolution

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Fréquence

$$\nu = \frac{1}{P} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Tension et vitesse

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$T - mg \cos \theta = ma_N = m \frac{v^2}{l}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= mgl(\cos \theta - \cos \theta_0) \\ \Rightarrow v^2 &= 2gl(\cos \theta - \cos \theta_0) \end{aligned}$$

Thermodynamique [Ch. 14]

Gaz parfait

$$PV = nRT \quad \text{ou} \quad PV = NkT$$

- P : pression [Pa];
1 bar = 10^5 Pa = 1 atm = 760 mm Hg;
- V : volume [m^3]; 1 l = $10^{-3} m^3$;
- n : nombre de moles; 1 mol = $6.022 \cdot 10^{23}$ atomes;
- N : nombre de molécules;
- R : constante des gaz parfaits,
 $R = 8.314 [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$;
- k : constante de Boltzman,
 $k = \frac{R}{N} = 1.38 \cdot 10^{-23}$;
- T : température [K]; $0^\circ C = 273.15 K$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$P_0 \Delta V = nR \Delta T$$

Rendement d'une machine thermique (cycle de Carnot)

$$\eta = \frac{t_{max} - t_{min}}{t_{max}}$$

Vitesse quadratique moyenne

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- m : masse;
- M : masse molaire;

Énergie interne U d'un gaz

$$U = c_v n T, \quad \left(U = \left(\sum_i n c_{v_i} \right) T \right)$$

- c_v est la chaleur molaire à volume constante
 - $c_v = \frac{3}{2}R$ pour les gaz monoatomiques;
 - $c_v = \frac{5}{2}R$ pour les gaz diatomiques;
 - $c_v = \frac{6}{2}R$ pour les gaz polyatomiques;
- c_p est la chaleur molaire à pression constante;
- $c_p = c_v + R \quad \left(\text{ou} \quad c_p = \sum_i (c_{v_i} + R) \right)$
- n est le nombre de moles;
- T est la température (en K);

Chaleur

$$1 \text{ cal} = 4.185 J$$

$$\Delta U = \Delta Q - W$$

- ΔU est la variation de l'énergie interne;
- ΔQ est l'énergie échangée par contact thermique;
- W est le travail effectué par le gaz sur l'extérieur;

$$W_{gaz} = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

Énergie libérée

$$Q = Q_{ext} + \Delta U + \sum Q_{molécules}$$

Variation d'entropie

$$\Delta S = \int_{Q_1}^{Q_2} \frac{dQ}{T}, \quad \left(\Delta S = \sum_i \Delta S_i \right)$$

Transformations

isotherme: température T constante;

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W = \Delta Q = \int \dots = nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

isobare: pression P constante;

$$W = nR \Delta T$$

$$\Delta Q = n c_p \Delta T, \quad \Delta U = \Delta Q - W = n c_v \Delta T$$

$$\Delta S = \int_{Q_1}^{Q_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{n c_p dT}{T} = n c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

isochore: volume V constante;

$$W = 0 \Rightarrow \Delta U = \Delta Q = n c_v \Delta T$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{n c_v dT}{T} = n c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

adiabatique: pas d'échange avec l'extérieur;

$$\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -W$$

$$\Delta S = 0 \quad (\text{car } dQ = 0)$$